ВИДАВНИЦТВО РАНОК

ФУНКЦІЇ, ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ ТА ГРАФІКИ

Сформулюйте означення числової функції.

Наведіть основні позначення, пов’язані з числовою функцією.

Числовою функцією з областю визначення D називається залежність, при якій кожному числу x із множини D (області визначення) ставиться у відповідність єдине число y.

Записують цю відповідність так: $y = f(x)$.

$D(x)$ — область визначення;

$E(x)$ — область значень;

x — незалежна змінна (аргумент);

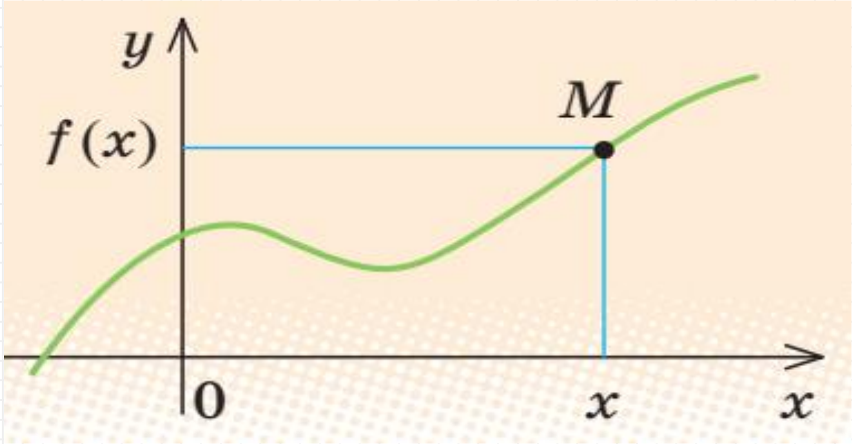
y — залежна змінна (функція).

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

ВИДАВНИЦТВО
РАНОК

Що називається графіком функції?

Графіком функції f називається множина всіх точок координатної площини з координатами $(x; f(x))$, де перша координата x «пробігає» всю область визначення функції, а друга координата — це відповідне значення функції f у точці x.

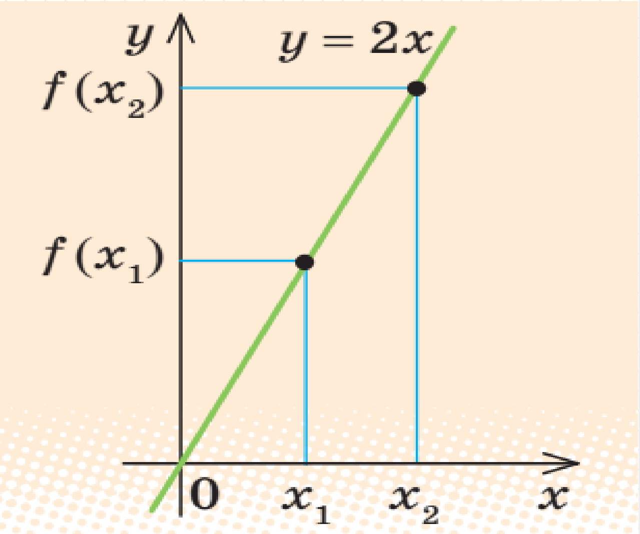


ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Сформулюйте означення функції:

- зростаючої на множині P;
- спадної на множині P.

Функція $f(x)$ **зростаюча** на множині P, якщо при $x_1 > x_2$ виконується нерівність $f(x_1) > f(x_2)$ для всіх $x \in P$, тобто більшому значенню аргумента відповідає більше значення функції (при збільшенні аргумента відповідні точки графіка «піднімаються»).



ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Функція $f(x)$ **спадна** на множині P, якщо при $x_1 > x_2$ виконується нерівність $f(x_1) < f(x_2)$ для всіх $x \in P$, тобто більшому значенню аргумента відповідає менше значення функції (при збільшенні аргумента відповідні точки графіка «опускаються»).

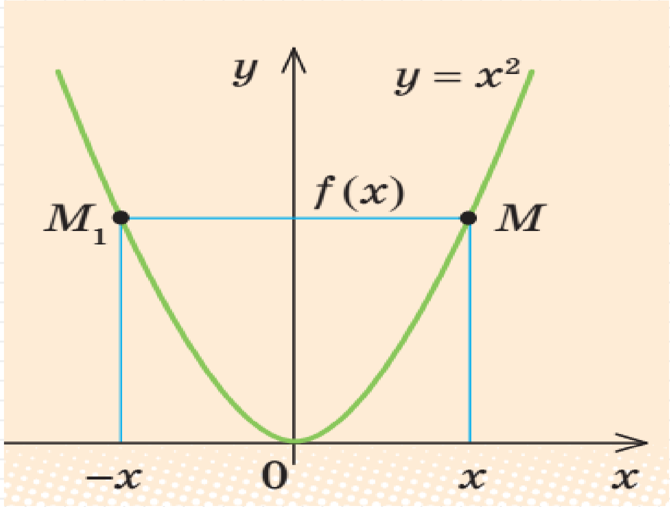
ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Сформулюйте означення:

- парної функції;
- непарної функції.

Функція $f(x)$ **парна**, якщо $f(-x) = f(x)$ для всіх x із області визначення функції.

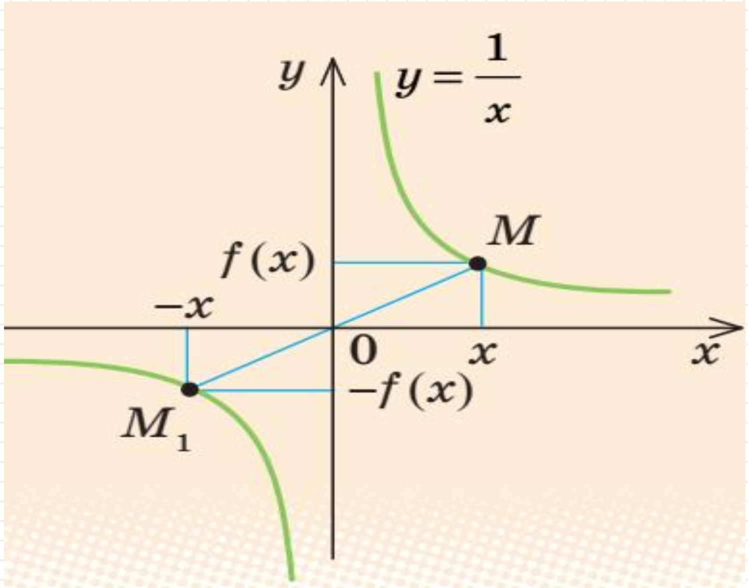
Графік парної функції симетричний відносно осі ординат.



ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Функція $f(x)$ **непарна**, якщо $f(-x) = -f(x)$ для всіх x із області визначення функції.

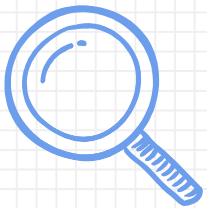
Графік непарної функції симетричний відносно початку координат.



ВИДАВНИЦТВО РАНОК

ВИДАВНИЦТВО
РАНОК

Які властивості функцій застосовують до розв’язування рівнянь і нерівностей?



Скінченна ОДЗ

Якщо область допустимих значень (ОДЗ) рівняння (нерівності або системи) складається зі скінченного числа значень, то для розв’язування достатньо перевірити всі ці значення.

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Оцінка значень лівої та правої частин рівняння

Якщо потрібно розв'язати рівняння виду $f(x) = g(x)$ і з'ясувалося, що $f(x) \geq a$, $g(x) \leq a$, то рівність між лівою і правою частинами можлива тоді й тільки тоді, коли $f(x)$ і $g(x)$ одночасно дорівнюють a.

Сума кількох невід'ємних функцій дорівнює нулю тоді й тільки тоді, коли всі функції одночасно дорівнюють нулю.

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Використання зростання та спадання функцій

1. Підбираємо один або декілька коренів рівняння.

2. Доводимо, що інших коренів це рівняння не має (використовуючи теорему про корені рівняння або оцінку лівої та правої частин рівняння).

Теорема про корінь рівняння

Якщо в рівнянні $f(x) = a$ функція $f(x)$ зростає (спадає) на деякому проміжку, то це рівняння може мати не більш ніж один корінь на цьому проміжку.

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Сформулюйте означення кореня n-го степеня.

Яка область допустимих значень кореня n-го степеня?

Коренем n-го степеня з числа a називається таке число b, n-й степінь якого дорівнює a.

Арифметичний корінь — невід'ємне значення кореня.

$\sqrt[2k]{a}$ існує тільки при $a \geq 0$ $(k \in \boldsymbol{N})$;

$\sqrt[2k+1]{a}$ існує при будь-яких значеннях a $(k \in \boldsymbol{N})$.

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Сформулюйте властивості кореня n-го степеня

Властивості кореня n-го степеня

1. Якщо $n = 2k + 1$ — непарне число, то

$$\sqrt[2k+1]{-a} = -\sqrt[2k+1]{a};$$

$$\sqrt[n]{a^n} = \sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a.$$

2. Якщо $n = 2k$ — парне число, то

$$\sqrt[n]{a^n} = \sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|.$$

Властивості кореня n-го степеня

Для довільних значень n і k $(n \in \boldsymbol{N}, n \neq 1, k \in \boldsymbol{N})$

3. При $a \geq 0$ $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$.

4. При $a \geq 0$ $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$.

5. При $a \geq 0$, $b \geq 0$ $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$.

Властивості кореня *n*-го степеня

6. При $a \geq 0, \; b > 0 \; \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$.

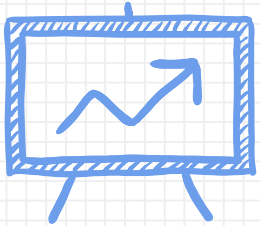
7. При $a \geq 0 \; \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[nk]{a^{mk}}$ — основна властивість кореня.

8. При $a \geq 0$, $b \geq 0$, якщо $a > b$, то $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$.

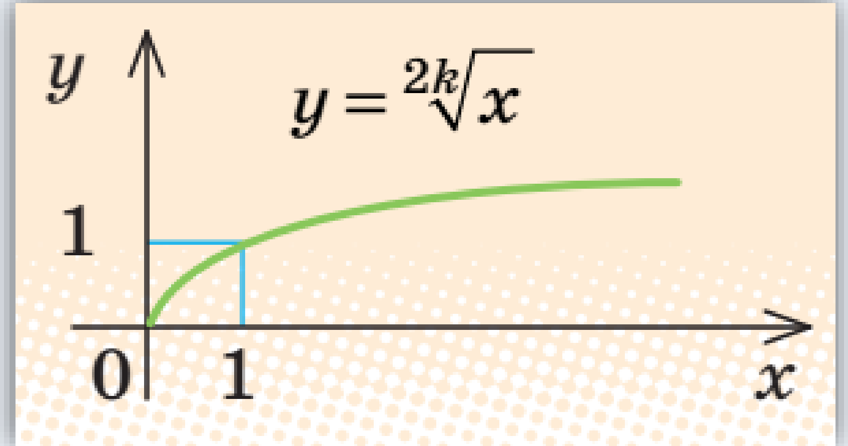
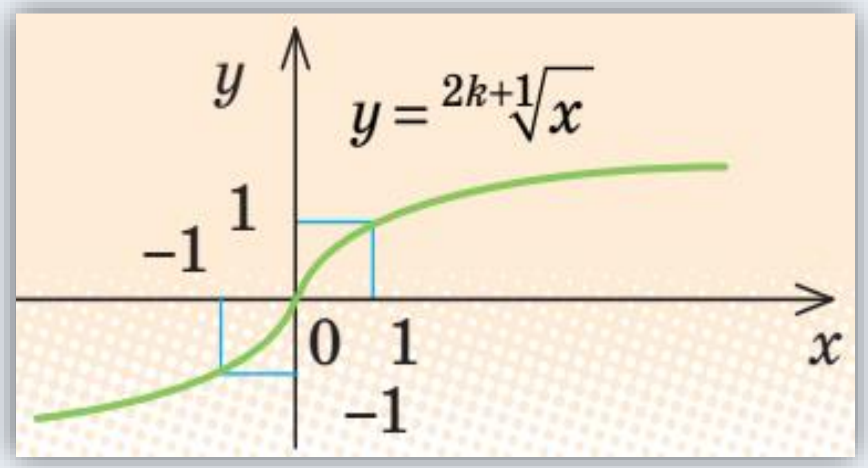
ВИДАВНИЦТВО РАНОК

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Який вигляд має графік функції $y = \sqrt[n]{x}$?



Графік функції $y = \sqrt[n]{x}$ $(n \in \boldsymbol{N},\ n \geq 2)$

n – парне $(n = 2k,\ k \in \boldsymbol{N})$	n – парне $(n = 2k+1,\ k \in \boldsymbol{N})$
	

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Які властивості має функція

$y = \sqrt[n]{x}$?

Властивості функції $y = \sqrt[n]{x}$ (n — парне)

1. Область визначення — $[0; +\infty)$.
2. Область значень — $[0; +\infty)$.
3. Найбільшого значення не має; найменше значення $y = 0$ (при $x = 0$).
4. Ні парна, ні непарна.
5. Зростає на всій області визначення.
6. Проміжки знакосталості: при $x > 0$ значення $y > 0$.

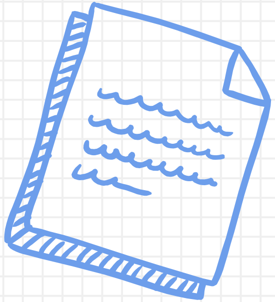
ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Властивості функції $y = \sqrt[n]{x}$ (n — непарне)

1. Область визначення — $\boldsymbol{R}$.
2. Область значень — $\boldsymbol{R}$.
3. Найбільшого і найменшого значення не має.
4. Непарна.
5. Зростає на всій області визначення.
6. Проміжки знакосталості: при $x > 0$ значення $y > 0$, при $x < 0$ значення $y < 0$.

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

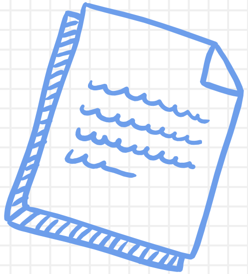
Сформулюйте означення ірраціонального рівняння.



Рівняння, у яких змінна міститься під знаком кореня, називають **ірраціональними.**

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Наведіть способи розв’язування ірраціональних рівнянь.



Способи розв’язування ірраціональних рівнянь

1. За допомогою піднесення обох частин рівняння до одного степеня

При піднесенні обох частин рівняння до непарного степеня одержуємо рівняння, рівносильне заданому (на його ОДЗ).

При піднесенні обох частин рівняння до парного степеня можуть з’явитися сторонні корені, які відсіюють перевіркою.

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Способи розв’язування ірраціональних рівнянь

2. За допомогою заміни змінних

Якщо до рівняння змінна входить в одному і тому самому вигляді, то зручно відповідний вираз зі змінною позначити однією буквою (новою змінною).

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Сформулюйте означення степеня з раціональним показником.

Степенем числа $a > 0$ **із раціональним показником**

$r = \frac{m}{n}$, де m — ціле число,

а n — натуральне число $(n > 1)$, називається число $\sqrt[n]{a^m}$.

Сформулюйте властивості степеня з раціональним показником.

Властивості степеня з раціональним показником

Для будь-яких раціональних чисел r і s та будь-яких додатних чисел a і b виконуються рівності:

1) $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$;

2) $a^r : a^s = a^{r-s}$;

3) $(a^r)^s = a^{rs}$;

4) $(ab)^r = a^r b^r$;

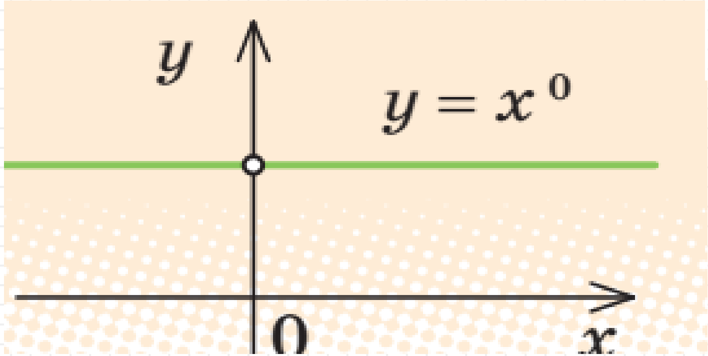
5) $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$.

ВИДАВНИЦТВО
РАНОК

Сформулюйте означення степеневої функції.

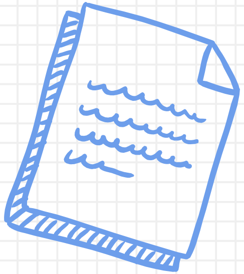
Функція виду $y = x^a$, де a — будь-яке дійсне число, називається **степеневою функцією.**

Особливий випадок: якщо $a = 0$, то $y = x^0 = 1$ (при $x \neq 0$)



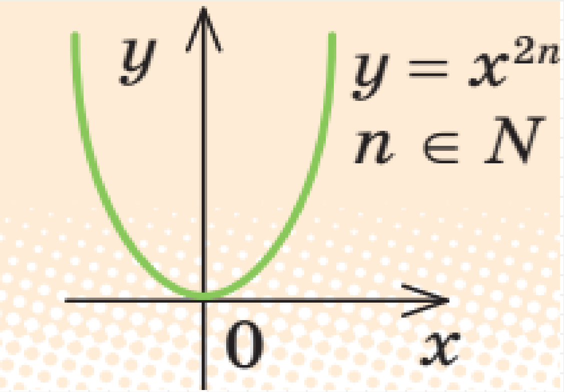
ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Сформулюйте властивості степеневої функції.



Властивості степеневої функції $y = x^a$

a — парне натуральне число

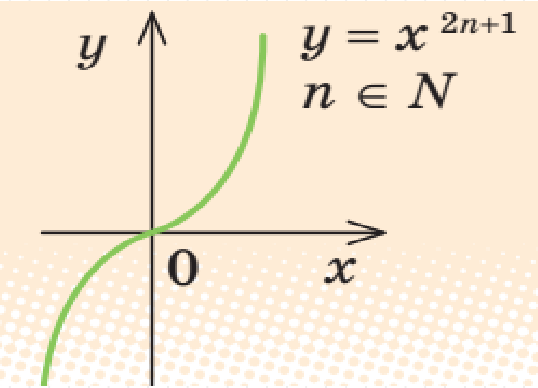


1. Область визначення — $\boldsymbol{R}$.
2. Область значень — [0; +∞).
3. Парна.
4. Спадає на проміжку (–∞; 0], зростає на проміжку [0; +∞).

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Властивості степеневої функції $y = x^a$

a — непарне натуральне число

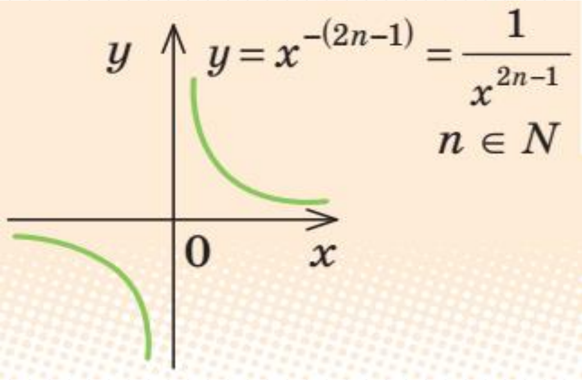


1. Область визначення — $\boldsymbol{R}$.
2. Область значень — $\boldsymbol{R}$.
3. Непарна.
4. Зростає на всій області визначення.

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Властивості степеневої функції $y = x^a$

a — непарне від'ємне число

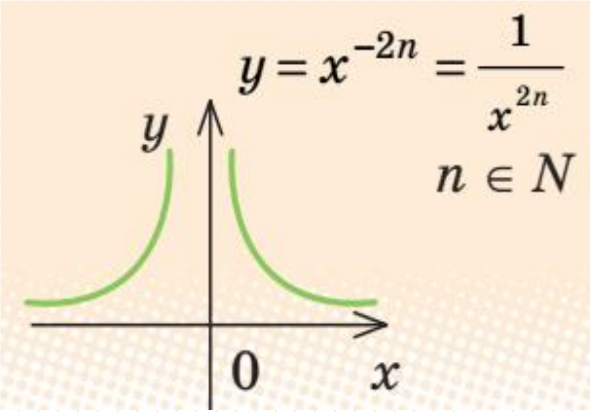


1. Область визначення — $x \neq 0$.
2. Область значень — $y \neq 0$.
3. Непарна.
4. Спадає на кожному з проміжків $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$.

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Властивості степеневої функції $y = x^a$

a — парне від’ємне число

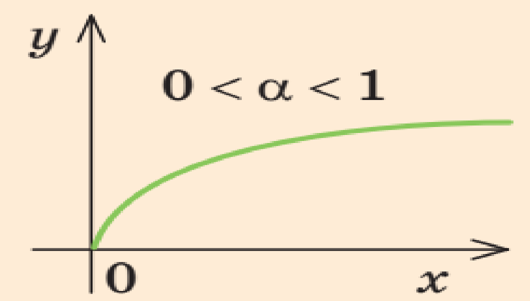


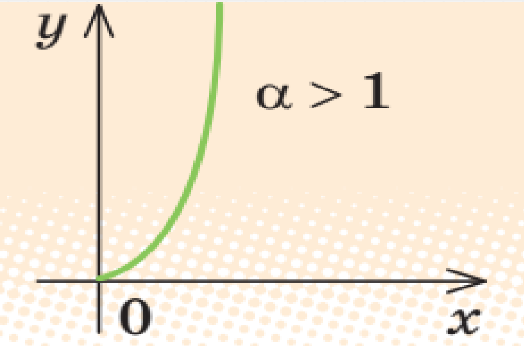
1. Область визначення — $x \neq 0$.
2. Область значень — $(0; +\infty)$.
3. Парна.
4. Зростає на проміжку $(-\infty; 0)$, спадає на проміжку $(0; +\infty)$.

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Властивості степеневої функції $y = x^a$

a — неціле додатне число



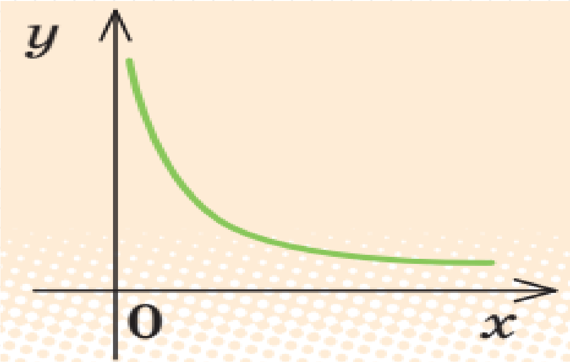


1. Область визначення — [0; +∞).
2. Область значень — [0; +∞).
3. Ні парна, ні непарна.
4. Зростає на всій області визначення.

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Властивості степеневої функції $y = x^a$

a — неціле від'ємне число



1. Область визначення — (0; +∞).
2. Область значень — (0; −∞).
3. Ні парна, ні непарна.
4. Зростає на всій області визначення.

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

ВИДАВНИЦТВО РАНОК

Бажаю успіхів!